

VaR

11

Value at Risk (VaR) – co to jest?

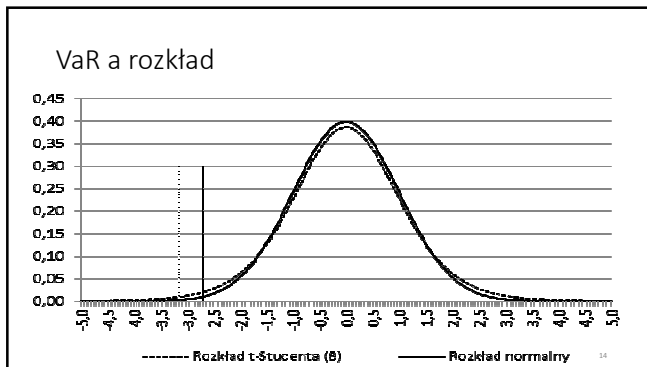
- Inne nazwy:
 - Wartość zagrożona
 - Wartość narażona na ryzyko
- Popularna miara ryzyka
 - Co może mieć negatywne skutki z punktu widzenia ryzyka systemowego
- Popularność wspierana regulacjami nadzorczymi

12

Value at Risk (VaR) – co to jest?

- **Oszacowanie, przy założonym poziomie prawdopodobieństwa, straty w danym horyzoncie czasowym**
- Na przykład: szacujemy, że z prawdopodobieństwem 99% w ciągu kolejnych 10 dni roboczych nie stracimy więcej niż 10 mln PLN
- $P(X < VaR_{\alpha}^T) = 1 - \alpha$
- Z punktu widzenia statystyki VaR jest percentylem rozkładu

13



Kilka ważnych uwag (1)

- VaR **nie jest** maksymalną możliwą wielkością straty
- VaR **nie określa**, jak dużo możemy stracić, jeśli strata przekroczy wartość VaR
- VaR zakłada typowe warunki rynkowe
- VaR nie powinien być wykorzystywany jako jedyne narzędzie ilościowe pomiaru i zarządzania ryzykiem

15

Kilka ważnych uwag (2)

- Oszacowana wartość VaR jest warunkowana modelem zachowania się stóp zwrotu
- Przekroczenia przez straty poziomu VaR jest normalne (byle nie za często)
- Z punktu widzenia zarządzania: VaR jest środkiem, a nie celem

16

VaR dla ryzyka rynkowego

- Instrument a czynniki ryzyka
 - Wycena pojedynczego instrumentu może zależeć od szeregu czynników ryzyka (np. obligacja korporacyjna denominowana w walucie obcej)
 - Groźne skutki pominięcia potencjalnie istotnego czynnika ryzyka – np. kontrakty FX swap i CIRS 2008/2009
- Portfel a jego składowe
 - Istotne uwzględnienie metod agregacji i dekompozycji
 - Ważne pytanie – jak zarządzać alokacją efektu dywersyfikacji

17

VaR w procesie zarządzania (ryzykiem)

- Wymogi biznesowe a wymogi regulacyjne
 - VaR nie jest celem, ale środkiem
 - Stosowanie modeli ryzyka nie może „wyłączyć” zdrowego rozsądku
- Szereg obszarów zastosowania:
 - Budżetowanie ryzyka
 - Limitowanie ryzyka
 - Kontrola ryzyka
 - ...

18

Wyznaczanie VaR

19

Sposoby wyznaczania VaR

- Metody analityczne (metoda wariancji-kowariancji)
- Symulacja historyczna
- Symulacja Monte Carlo

20

Metody analityczne

- Zakładamy rozkład, z którego pochodzą zmiany czynników ryzyka (np. rozkład normalny)
- Najpopularniejsza wersja – metoda wariancji-kowariancji
 - Założenie: normalny rozkład wszystkich czynników ryzyka
 - Portfel instrumentów liniowych względem czynników ryzyka
 - Zmiany wartości portfela – również rozkład normalny
- Wyznaczamy VaR podstawiając do wzoru

21

Metoda wariancji-kowariancji

- Zalety
 - Względnie prosta do zrozumienia i wdrożenia
 - Niewielkie zapotrzebowanie na zasoby
- Wady
 - Niezbyt realistyczne założenia o rozkładach czynników ryzyka
 - Nie można uwzględnić bardziej skomplikowanych instrumentów pochodnych
 - Dla portfeli o dużej liczbie składników prawidłowe oszacowanie macierzy wariancji-kowariancji może być utrudnione

22

Symulacja historyczna

- Zbieramy dane o przeszłych wartościach czynników ryzyka
- Wyceniamy posiadany portfel dla takich wartości czynników ryzyka
- Sortujemy zmiany
- Bierzemy odpowiedni percentyl

23

Symulacja historyczna

- Zalety
 - (Prawie) żadnych założeń parametrycznych (o rozkładzie stóp zwrotu/zmian czynników ryzyka)
 - Łatwa do zrozumienia
- Wady
 - Konieczne przechowywanie wielu danych
 - Dane historyczne niedostępne dla części aktywów (np. nowe produkty)
 - Przeszłość nie zawsze jest najlepszą wskazówką na przyszłość

24

Symulacja Monte Carlo

- Sztuczne generowanie ścieżek czynników ryzyka
- Na tej podstawie wycena posiadanego portfela
- Sortujemy zmiany wartości
- Bierzemy odpowiedni percentyl

25

Symulacja Monte Carlo

- Zalety
 - Potencjalnie najbardziej elastyczne podejście
 - Można uwzględnić dowolne instrumenty
- Wady
 - Dużo zależy od założeń co do procesów generujących dane
 - Duża złożoność obliczeniowa
 - Najtrudniejsza do implementacji

26

Przykłady (1)

- VaR w wyrażeniu procentowym:
 $VaR_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma$
- VaR w wyrażeniu bezwzględnym (w PLN):
 $VaR_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma P$
- $\Phi^{-1}(0,99) = 2,33$
- Niech $\sigma = 0,016$ (rynek akcji, horyzont dzienny)
- $VaR_\alpha = 2,33 * 0,016 = 3,73\%$
- Dla pozycji 1 mln PLN VaR bezwzględny
37 300 PLN
- Interpretacja?

27

Przykłady (2)

data	Stopa zwrotu
04-02-2016	-1,602%
30-12-2015	-1,595%
13-11-2015	-1,251%
11-02-2016	-1,247%
17-09-2015	-0,997%
21-04-2016	-0,978%

28

Kilka przydatnych wzorów (1)

- $VaR_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma$
- $VaR_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)\sigma P$
- $VaR_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\theta'\Omega\theta}$
- $VaR_\alpha = \sqrt{\frac{v-2}{v}}t_v^{-1}(\alpha)\sigma$
- $VaR_\alpha = \sqrt{\frac{v-2}{v}}t_v^{-1}(\alpha)\sqrt{\theta'\Omega\theta}$
- $VaR_\alpha^P = \sqrt{VaR^C VaR}$
- $VaR_\alpha^T = \sqrt{T VaR_\alpha^1}$

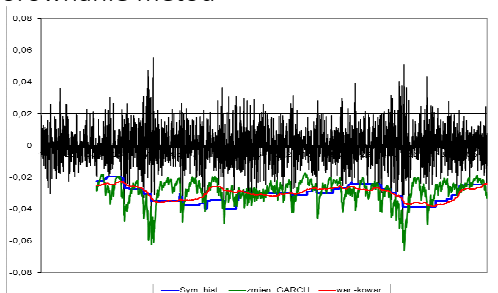
29

Kilka przydatnych wzorów (2)

- $\rho = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$
- $\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & \rho_{n,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}$

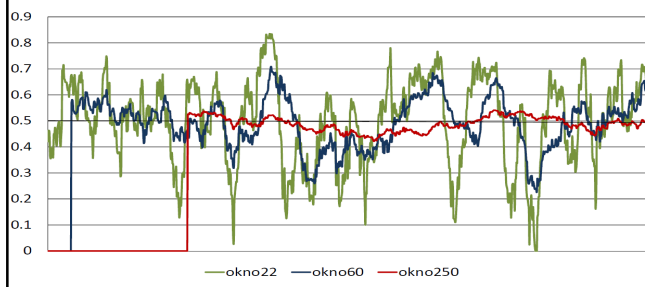
30

Porównanie metod



31

Jak parametryzować model VaR?



Na czym opierać model VaR?

- Niezależnie od przyjętej metody wyznaczania, trzeba podjąć decyzję o okresie (próbie), który określi parametry modelu
- Czyli przeszłość ma pomóc w ocenie możliwych przyszłych zdarzeń
- Nie jest możliwe jednoznaczne, optymalne określenie, jak daleko wstecz należy sięgnąć
 - Ryzyko procyklicznych efektów

33

Agregacja i dekompozycja VaR

34

Agregacja i dekompozycja VaR

- Zmiana horyzontu czasowego
- Agregowanie VaR dla różnych portfeli
 - Uwaga na ewentualne różnice w poziomie istotności
- Dekompozycja
 - Limitowanie ryzyka
 - Przypisywanie wykorzystania limitów przez podportfele
 - Istotne zagadnienie – jak alokować korzyści z dywersyfikacji

35

Agregacja

- Zmiana horyzontu czasowego – reguła „pierwiastka czasu”:

$$VaR_{\alpha}^T = \sqrt{T} VaR_{\alpha}^1$$
 - Często stosowana na potrzeby regulacyjne
 - Jest prawdziwa, o ile rozkłady zmian czynników ryzyka (stóp zwrotu) są niezmiennie w czasie i niezależne
- Agregacja portfeli:
 - Najdokładniejsza metoda: wyznaczenie osobnego VaR dla nowego (połączonego) portfela
 - Użyteczne przybliżenie – wykorzystanie korelacji między stopami zwrotu z portfeli

36

Dla przypomnienia

- $VaR_{\alpha} = \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{\theta' \Omega \theta}$
- $VaR_{\alpha}^P = \sqrt{VaR' C VaR}$
- $\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & \rho_{n,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}$

37

Dekompozycja

- „Wkład” poszczególnych ekspozycji do VaR portfela zwykle mniejszy niż VaR dla danej pozycji (efekt dywersyfikacji)
- W wielu przypadkach istotne jest określenie wielkości wpływu ekspozycji (lub jej zmiany) na VaR
 - Budżetowanie ryzyka/kapitału
 - Pomiar rentowności skorygowanej o ryzyko
 - Ocena kapitałochłonności różnych potencjalnych inwestycji

38

Dekompozycja

- Jak dana pozycja/czynnik ryzyka przyczynia się do całkowitego podejmowanego ryzyka?
 - Korelacja z innymi składowymi portfela
 - Wielkość w stosunku do innych składowych portfela
- Wybrane możliwości pomiaru:
 - Indywidualny VaR danej pozycji
 - Różnica VaR portfela z i bez danej pozycji
 - Wpływ krańcowego przyrostu pozycji na VaR portfela

39

Dekompozycja

- Wybór metody istotny dla zarządzania systemem zachęt do poszukiwania efektów dywersyfikacji
- Ale należy pamiętać, że w sytuacji kryzysowej efekty dywersyfikacji mogą zanikać (wzrost współzależności między stopami zwrotu różnych aktywów)

40

Przykład – dekompozycja ryzyka portfela

	Pozycja (PLN)	Zmienność	VaR indywidualny (PLN)	VaR krajowy (PLN)	VaR wyłącz (PLN)	dVaR/dB
EURPLN	10 000 000	0,83%	193 647	129 251	94 230	1,29%
USDPLN	2 500 000	1,27%	74 096	46 034	41 415	1,84%
CHFPLN	5 000 000	1,10%	128 253	89 229	76 208	1,78%
obligacja 2-letnia	36 000 000	0,09%	75 562	29 431	23 098	0,08%
obligacja 5-letnia	27 000 000	0,20%	128 103	56 245	37 924	0,21%
obligacja 10-letnia	14 000 000	0,42%	136 449	58 418	37 342	0,42%
Suma	94 500 000		736 111	408 610	310 217	
Portfel			408 610			

41

Skąd się bierze dywersyfikacja – macierz korelacji

	EURPLN	USDPLN	CHFPLN	obligacja 2-letnia	obligacja 5-letnia	obligacja 10-letnia
EURPLN	1,0000	0,8322	0,8842	-0,2236	-0,3037	-0,2945
USDPLN	0,8322	1,0000	0,8260	-0,2081	-0,2713	-0,2700
CHFPLN	0,8842	0,8260	1,0000	-0,1755	-0,2432	-0,2345
obligacja 2-letnia	-0,2236	-0,2081	-0,1755	1,0000	0,6852	0,5647
obligacja 5-letnia	-0,3037	-0,2713	-0,2432	0,6852	1,0000	0,8034
obligacja 10-letnia	-0,2945	-0,2700	-0,2345	0,5647	0,8034	1,0000

42

Testowanie wsteczne (backtesting)

43

Po co backtesting?

- Podstawowy cel: weryfikacja, czy stosowany model (nadal) spełnia swoją rolę (prawidłowo wskazuje poziom i zmiany ryzyka)
- Wskazana ostrożność:
 - Nawet zły model może przejść procedury sprawdzające
 - Przy nagłej znacznej zmianie warunków rynkowych praktycznie każdy model okaże się zły

44

Testowanie wsteczne (backtesting)

- Testy oparte na częstości ekstremalnych zwrotów
 - Pytanie, czy częstość przekroczeń wartości VaR jest zgodna z przyjętym poziomem ufności dla VaR
 - Założenie, że poszczególne realizacje (i ewentualne przekroczenia) są zdarzeniami niezależnymi
 - Możliwe wyniki dane rozkładem dwumianowym
 - $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
- Test „wbudowany” w konstrukcję wymogu kapitałowego (Bazylea II) dla metody zaawansowanej ryzyka rynkowego

45

Testowanie częstości przekroczeń

- Test może być nieefektywny (mieć słabą moc) przy wykrywaniu niewłaściwego modelu z uwagi na ignorowanie znacznej ilości informacji
 - Wielkość przekroczenia
 - Niezależność przekroczeń w wymiarze czasowym (ewentualna koncentracja)
- Problem przy zwiększaniu horyzontu czasowego utrzymywania ekspozycji

46

Rozkład prawdopodobieństw liczby przekroczeń

Liczba przekroczeń	Prawdopodobieństwo	Skumulowane prawdopodobieństwo
0	8,106%	8,106%
1	20,469%	28,575%
2	25,742%	54,317%
3	21,495%	75,812%
4	13,407%	89,219%
5	6,663%	95,882%
6	2,748%	98,630%
7	0,968%	99,597%
8	0,297%	99,894%
9	0,081%	99,975%
10	0,020%	99,995%
11	0,004%	99,999%
12	0,001%	100,000%

Alternatywa – testy oparte na badaniu rozkładu

- Porównujemy empiryczny rozkład strat przekraczających wielkość VaR z rozkładem teoretycznym wynikającym ze stosowanego modelu
- Statystyczne testy różnicy rozkładów – np. Kolmogorow-Smirnow
- Możliwe odrzucenie modelu w sytuacjach, gdy testy oparte na liczbie przekroczeń VaR nie dawałyby do tego podstawy (np. przekroczenia z przewidywaną częstością, ale znacznie większe niż implikowane przez model)
- Problem, gdy nie mamy jawnie określonego modelu do porównań (metoda symulacji historycznej)

48

Możliwe podejścia do testowania modelu VaR

- Historyczne wskazania modelu VaR oraz faktyczne wyniki portfela
 - Ale wyznaczony VaR zakłada stały skład portfela
- Przyjęcie hipotetycznego (stałego w czasie) portfela i dokonywanie jego rewaluacji
- Uwaga ogólna: jednym z kluczowych czynników dla budowy prawidłowego modelu VaR są prawidłowe modele wyceny

49

Zagadnienia dodatkowe

50

VaR a płynność

- W okresie zaburzeń rynkowych zmiany płynności obrotu mogą wpływać na wyceny instrumentów (np. szersze spready bid-ask, utrudnione możliwości arbitrażu)
- Wybrane możliwe podejścia:
 - Zmiany płynności jako dodatkowy czynnik ryzyka w wycenie instrumentów
 - Poszerzenie spreadów bid-ask w zależności od wielkości posiadanej pozycji
 - Wydłużenie horyzontu utrzymywania pozycji

51

VaR a testy warunków skrajnych (stress tests)

- Testy warunków skrajnych są naturalnym uzupełnieniem wyników VaR
- Jednak wyniki nie do końca porównywalne – scenariuszom stress-testowym często nie można przypisać prawdopodobieństwa
- Testy warunków skrajnych mogą być też narzędziem eksperckiej weryfikacji modeli VaR

52

Expected shortfall (ES)

- Ważna alternatywa dla VaR
- Uwzględniony w najnowszych propozycjach Komitetu Bazylejskiego
- Wartość oczekiwana straty **pod warunkiem**, że strata przekracza VaR

$$ES_{\alpha} = \frac{\varphi(\Phi^{-1}(1-\alpha))}{1-\alpha} \sigma$$

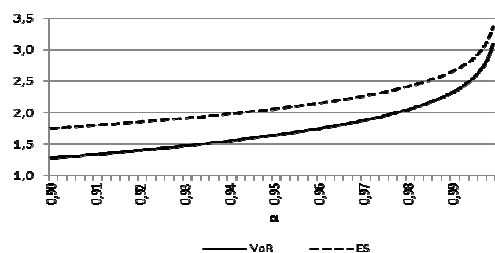
53

Expected shortfall (ES)

- Różnica między ES a VaR tym większa, im rozkład bardziej „gruboogonowy”
- Inne spotykane nazwy:
 - Expected (tail) loss
 - Conditional VaR

54

Porównanie VaR i ES



55

Ryzyko modelu

- Może dotyczyć samego modelu VaR, jak i towarzyszącym mu modelom wyceny
- Wybrane źródła ryzyka modelu:
 - Wybór niewłaściwego modelu do danego zastosowania
 - Nieuwzględnienie istotnych czynników ryzyka
 - Zła parametryzacja (prawidłowego) modelu
 - Błędy we wdrożeniu modelu (systemy IT)
- Istotna rola niezależnej weryfikacji/walidacji

56
